

Справка за приносите в дисертацията и публикациите

на
Светозар Златков Станков

по дисертационния труд на тема
**Симетрия и метрична геометрия в Банахови
пространства**

Научен ръководител:
Проф. Денка Куцарова

1. Доказваме следната теорема: Нека $1 < p < \infty$ и $\gamma > 0$ е достатъчно малко. Всяка субсиметрична базисна редица в дуалното пространство $Ti^*(p, \gamma)$ е еквивалентна на субсиметричния каноничен базис $(e_j^*)_{j=1}^\infty$, който не е симетричен. Казано по друг начин, пространствата, чийто каноничен базис е субсиметричен, имат единствена, с точност до еквивалентност, субсиметрична базисна редица, която не е симетрична.

В хода на доказването на този главен резултат, ние също така достигаме и до следните твърдения, които предизвикват интерес сами по себе си:

Лема: Нека (e_i) е 1-безусловен базис на рефлексивно Банахово пространство X , който е K -доминиран от неговите нормализирани блок базиси, където $K \geq 1$. Тогава (e_i^*) K -доминира всички нормализирани блок базиси на (e_i^*) в дуалното пространство X^* .

Лема: $Ti^*(p, \gamma)$ не съдържа изоморфно копие на ℓ_q (където $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$).

От основната теорема стигаме и до следните две следствия:

Следствие: Нека $1 < p < \infty$ и $\gamma > 0$ е достатъчно малко. Всеки субсиметричен базис на фактор пространство на $Ti(p, \gamma)$ е еквивалентен на каноничния базис $(e_j)_{j=1}^\infty$.

Следствие: За $1 < p < \infty$ и достатъчно малко $\gamma > 0$, базисът (e_i) на $Ti(p, \gamma)$ има безбройно много нееквивалентни субсиметрични блок базиси.

2. Използваме "ярдстик" конструкции в пространства на Тирилман. По-точно, доказваме следната теорема: Нека p и γ са такива че $1 < p < \infty$ и $0 < \gamma < 3^{-\frac{1}{q}}$, където $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$. Тогава c_0 е крайно представимо в $Ti(p, \gamma)$ по непресячащ се начин по отношение на каноничния базис.

Това дава алтернативно доказателство че каноничния базис на Тигрилманово пространство не е симетричен.

3. Доказваме следната теорема: Симетризацията на дуалното пространство на пространството на Шлумпрехт, $S(S^*)$, съдържа подпространство, изоморфно на ℓ_1 .

4. Изучаваме билипшицови влагания на Лааксо графи в Банахови пространства. Правим оценка на дисторциите на такива влагания. Поточно, доказваме следната теорема: Нека X не е суперрефлексивно. Тогава, за всяко $\varepsilon > 0$ и $n \geq 1$, съществува изображение $f_n: \mathcal{L}_n \rightarrow X$, такова че за всеки $a, b \in \mathcal{L}_n$,

$$\frac{1}{2}d(a, b) - \varepsilon \leq \|f_n(a) - f_n(b)\| \leq d(a, b).$$

Доказваме и по-силен резултат в частния случай, където Банаховото пространство е $L[0, 1]$, а именно следната теорема: За всяко $n \geq 1$, съществува изображение $f_n: \mathcal{L}_n \rightarrow L_1[0, 1]$, такова че за всеки $a, b \in \mathcal{L}_n$,

$$\frac{3}{4}d(a, b) \leq \|f_n(a) - f_n(b)\|_1 \leq d(a, b)$$

Билипшицови влагания в $L[0, 1]$ са важни в компютърните науки.

5. Използваме компютърна програма да намерим оценка отдолу за дисторцията на влаганията на Лааксо и диамантени графи в $L[0, 1]$. По този начин ние достигаем:

Теорема: Нека $f: \mathcal{L}_2 \rightarrow L_1[0, 1]$ изпълнява

$$d(a, b) \leq \|f(a) - f(b)\|_1 \leq cd(a, b).$$

Тогава $c \geq 9/8$.

Теорема: Нека $f: D_2 \rightarrow L_1[0, 1]$ изпълнява

$$d(a, b) \leq \|f(a) - f(b)\|_1 \leq cd(a, b).$$

Тогава $c \geq 5/4$.

Поради факта че доказателствата на тези две теореми използват само негативен тип неравенства, можем да стигнем до извода че те остават валидни и ако $L_1[0, 1]$ е заместено от $(\ell_2, \|\cdot\|_2^2)$. Това е по-силен резултат, понеже $L_1[0, 1]$ е изометрично на подмножество на $(\ell_2, \|\cdot\|_2^2)$.

Дата: 03.02.2025

Автор: